

**Максимальный балл за работу – 60.**

### Тестовые задания

1. Ледоколы – это корабли, которые ломают лёд методом «наваливания». В нашей задаче будем считать, что лёд ломается, если он начинает соскальзывать под корабль. Пусть массив льда настолько тяжёлый, что он не уплывает при наваливании ледокола на него. Коэффициент трения между льдом и ледоколом равен  $\mu$ , сила тяги ледокола направлена горизонтально. Какое условие должно выполняться для угла  $\theta$ , чтобы корабль был ледоколом?



- 1)  $\operatorname{ctg} \theta > \mu$
- 2)  $\cos \theta > \mu$
- 3)  $\operatorname{ctg} \theta < \mu$
- 4)  $\cos \theta < \mu$
- 5) ответ зависит от формы края льда

2. Рыбак плыл на лодке в полный штиль и наслаждался красотами озера Байкал. Вдруг он увидел прямо по курсу лодки рыбку, которая плыла в воде на не очень большой глубине. Видимое рыбаком изображение рыбки

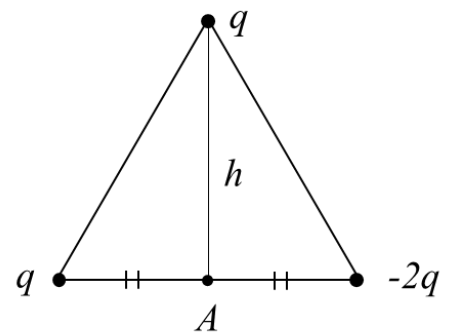
- 1) находится ближе к поверхности воды, чем сама рыбка;
- 2) находится дальше от поверхности воды, чем сама рыбка;
- 3) кажется меньше настоящей рыбки;
- 4) кажется таким же, как настоящая рыбка;
- 5) кажется зеркально отражённым от поверхности воды.

3. В лаборатории есть два теплоизолированных сосуда одинакового объёма. В первом находится идеальный одноатомный газ в количестве 2 моля, а во втором – идеальный двухатомный газ в количестве 1 моль. Сосуды соединены тонкой трубкой с краном. Абсолютная температура газа во втором сосуде в два раза выше, чем в первом. Кран открывают.

Выберите все верные утверждения.

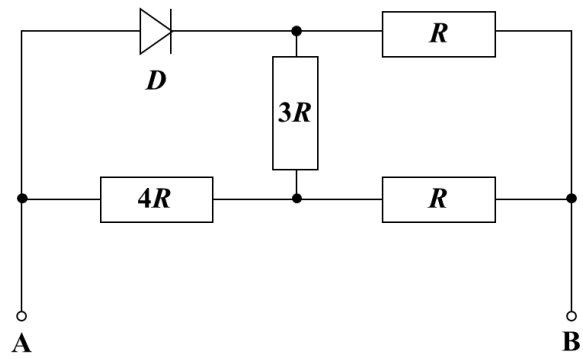
- 1) После установления термодинамического равновесия между газами температура в первом сосуде уменьшится.
- 2) После установления термодинамического равновесия между газами температура всей системы будет равна среднему арифметическому от первоначальных температур газов.
- 3) До открывания крана внутренняя энергия двухатомного газа больше, чем одноатомного.
- 4) После установления термодинамического равновесия между газами давление в первом сосуде увеличится.
- 5) Давления газов до открывания кранов были неодинаковыми.

4. Система, состоящая из трёх точечных электрических зарядов  $q$ ,  $q$  и  $-2q$ , соединённых тонкими диэлектрическими стержнями, образует равнобедренный треугольник с основанием длиной  $2L = 20$  см и высотой  $h = L/2$ . Найдите потенциал электростатического поля в точке  $A$ . Примите потенциал на бесконечности равным нулю. Известно, что  $q = 1$  нКл, а коэффициент пропорциональности в законе Кулона  $k = 9 \cdot 10^9$  Н·м<sup>2</sup>/Кл<sup>2</sup>.



- 1) 45 В
- 2) –45 В
- 3) 90 В
- 4) –90 В
- 5) 9 В

5. Из четырёх резисторов и идеального диода собрана электрическая цепь (см. рисунок). Сопротивление  $R = 1$  Ом. К клемме  $B$  подключают положительный полюс идеальной батарейки с напряжением  $U = 48$  В. Определите значение силы тока, текущего через резистор  $3R$ .



- 1) 4 А
- 2) 2 А
- 3) 1 А
- 4) 3 А
- 5) 0 А

№ задания	1	2	3	4	5
Ответ	1	1	3,4	3	2
Балл	2 балла	2 балла	2 балла	2 балла	2 балла

### Задания с кратким ответом

#### Задачи 6–8

Брусек покоится на наклонной плоскости с углом наклона  $\alpha$  ( $\operatorname{tg} \alpha = 1/3$ ). Минимальная сила, которую нужно приложить вдоль наклонной плоскости вверх, чтобы началось движение бруска, равна  $F_1 = 3$  Н (см. рис. 1а). Минимальная сила, которую нужно приложить вдоль наклонной плоскости вниз, чтобы началось движение бруска, равна  $F_2 = 1$  Н (см. рис. 1б). Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

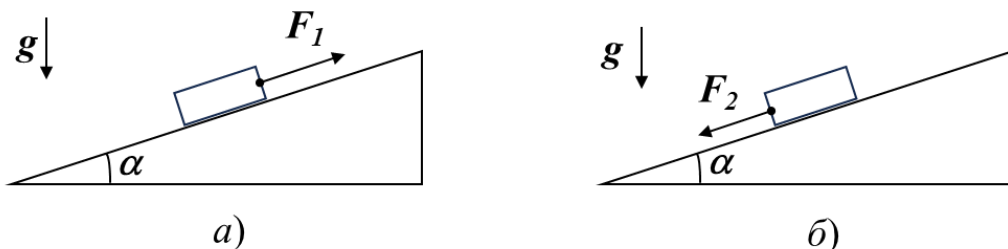


Рис. 1

6. Чему равен коэффициент трения между бруском и поверхностью наклонной плоскости? Ответ приведите, округлив значение до сотых долей. (2 балла)

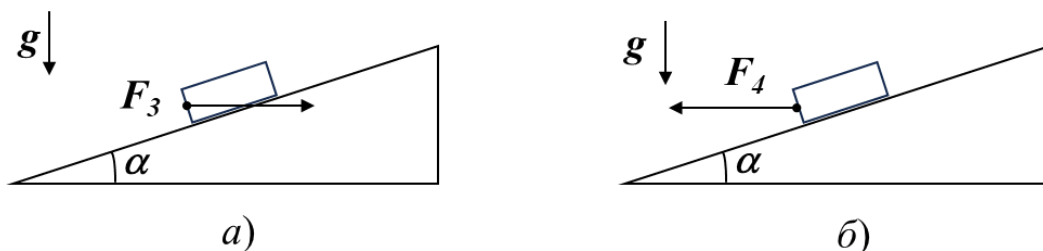


Рис. 2

7. Какую минимальную горизонтальную силу  $F_3$  необходимо приложить к этому бруску в направлении к плоскости (см. рис. 2а), чтобы он начал движение? Ответ приведите в Н с точностью до десятых долей. (3 балла)

8. Какую минимальную горизонтальную силу  $F_4$  необходимо приложить к этому бруску в направлении от плоскости (см. рис. 2б), чтобы он начал движение? Ответ приведите в Н с точностью до десятых долей. (3 балла)

**Решение:**

6. В рассматриваемых случаях:

$$F_1 = \mu mg \cos \alpha + mg \sin \alpha,$$

$$F_2 = \mu mg \cos \alpha - mg \sin \alpha.$$

Отсюда

$$\mu = \frac{F_1 + F_2}{F_1 - F_2} \operatorname{tg} \alpha = 2 \operatorname{tg} \alpha \approx 0,67.$$

7. Запишем второй закон Ньютона в проекциях на ось  $X$  (вдоль наклонной плоскости вверх) и на ось  $Y$  (перпендикулярно наклонной плоскости):

$$F_3 \cos \alpha - mg \sin \alpha - F_{\text{тр}} = 0,$$

$$N = mg \cos \alpha + F_3 \sin \alpha.$$

Для силы трения скольжения:

$$F_{\text{тр}} = \mu N.$$

Объединяя уравнения, получаем

$$F_3 = \frac{\mu mg \cos \alpha + mg \sin \alpha}{\cos \alpha - \mu \sin \alpha} = \frac{F_1}{\cos \alpha - \mu \sin \alpha}.$$

Подставив  $\cos \alpha = \frac{3}{\sqrt{10}}$ ,  $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{10}}$ ,  $\mu = 2 \operatorname{tg} \alpha = \frac{2}{3}$ , получим

$$F_3 = \frac{9\sqrt{10}}{7} \approx 4,1 \text{ Н.}$$

8. Запишем второй закон Ньютона в проекциях на ось  $X$  (вдоль наклонной плоскости вверх) и на ось  $Y$  (перпендикулярно наклонной плоскости):

$$F_4 \cos \alpha + mg \sin \alpha - F_{\text{тр}} = 0,$$

$$N = mg \cos \alpha - F_4 \sin \alpha.$$

Для силы трения скольжения:

$$F_{\text{тр}} = \mu N.$$

Объединяя уравнения, получаем

$$F_4 = \frac{\mu mg \cos \alpha - mg \sin \alpha}{\cos \alpha + \mu \sin \alpha} = \frac{F_2}{\cos \alpha + \mu \sin \alpha} = \frac{3\sqrt{10}}{11} \approx 0,9 \text{ Н.}$$

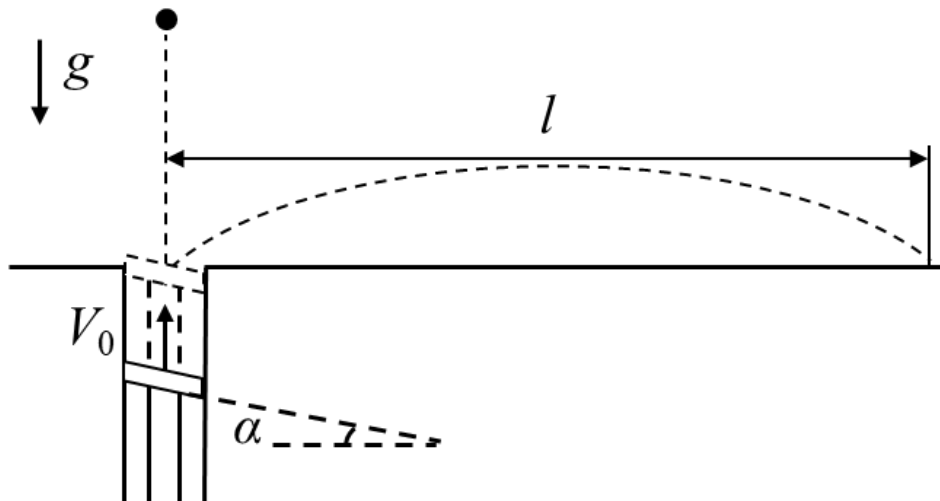
Ответ:

6	7	8
[0,66;0,67]	4,1	0,9

Максимум за задачи 8 баллов.

### Задачи 9–11

В горизонтальной поверхности большого стола сделано очень маленькое круглое отверстие, в которое вставлена вертикальная цилиндрическая труба. Внутри трубы двигают вверх с постоянной скоростью  $V_0 = 6$  м/с поршень, верхняя поверхность которого наклонена под углом  $\alpha = 15^\circ$  к горизонту. На поршень сверху с некоторой высоты падает маленький шарик (см. рис.). В момент непосредственно перед абсолютно упругим соударением шарика с поршнем скорость шарика направлена вниз и равна  $V_0$ . Точка, в которой происходит столкновение, находится как раз на уровне поверхности стола. После столкновения с поршнем шарик падает на поверхность стола на расстоянии  $l$  от отверстия в столе. Сопротивлением воздуха можно пренебречь. Ускорение свободного падения принять равным  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.



9. Чему равно расстояние  $l$ ? Ответ приведите в м, округлив до десятых долей. (3 балла)

10. Пусть угол наклона верхней поверхности поршня к горизонту можно изменять. При какой величине угла  $\alpha$  будет достигаться максимально возможная дальность полёта  $L_{max}$  шарика? Ответ приведите в градусах, округлив до целого числа. (4 балла)

11. Чему равно это максимально возможное значение  $L_{max}$ ? Ответ приведите в м, округлив до десятых долей. (3 балла)

**Решение:**

9. Если перейти в систему отсчёта, связанную с поршнем, то скорость шарика непосредственно перед ударом будет направлена вертикально вниз и равна  $2V_0$ . Сразу после абсолютно упругого соударения с поршнем вектор скорости шарика будет составлять угол  $2\alpha$  с вертикалью, поэтому проекции скорости на горизонтальную и вертикальную оси относительно системы отсчёта, связанной со столом, будут равны

$$V_x = 2V_0 \sin 2\alpha,$$

$$V_y = 2V_0 \cos 2\alpha + V_0.$$

Тогда дальность полёта по горизонтали составит

$$l = \frac{2V_x V_y}{g} = \frac{4V_0^2}{g} \sin 2\alpha (2 \cos 2\alpha + 1) \approx 19,7 \text{ м.}$$

10. Чтобы найти угол, при котором дальность полёта максимальна, необходимо найти, при каком угле будет достигаться максимум функции:

$$f(\beta) = \sin \beta (2 \cos \beta + 1) = \sin 2\beta + \sin \beta, \text{ где } \beta = 2\alpha.$$

$$f'(\beta) = 2 \cos 2\beta + \cos \beta = 4 \cos^2 \beta + \cos \beta - 2 = 0.$$

Откуда находим значение  $\cos \beta$ :

$$\cos \beta = \frac{-1 \pm \sqrt{33}}{8}.$$

Оставляя положительное значение,

$$\cos \beta = \frac{-1 + \sqrt{33}}{8} \approx 0,5931.$$

$$\sin \beta \approx 0,8052.$$

Угол  $\beta \approx 53,6^\circ$ , угол  $\alpha \approx 26,8^\circ$

11. Подставим найденное значение угла в выражение для дальности полёта:

$$L_{\max} = \frac{4V_0^2}{g} \sin \beta (2 \cos \beta + 1) \approx 14,08 \cdot \frac{V_0^2}{2g} \approx 25,3 \text{ м.}$$

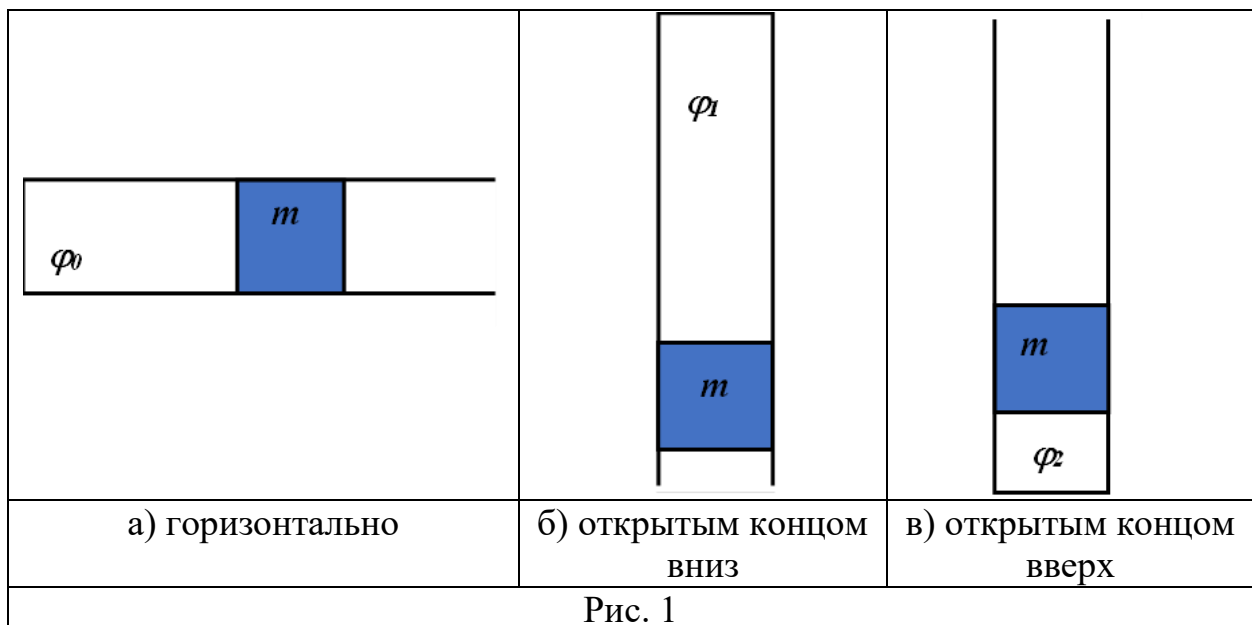
Ответ:

<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>
[19,6;19,8]	[26;27]	[25,3;25,4]

**Максимум за задачи 10 баллов.**

### Задачи 12–13

В запаянной с одного конца горизонтальной цилиндрической трубке с поперечным сечением  $S = 1 \text{ см}^2$  находится воздух с относительной влажностью  $\varphi_0$ , отделённый от атмосферы подвижным поршнем массой  $m$  (см. рис. 1а). Если трубку поставить вертикально, расположив её поршнем вниз, то относительная влажность воздуха в ней становится равна  $\varphi_1 = 60 \%$  (см. рис. 1б). Если же трубку поставить вертикально, расположив её поршнем вверх (см. рис. 1в), то относительная влажность воздуха в ней становится равна  $\varphi_2 = 75 \%$ . Атмосферное давление равно  $p_0 = 10^5 \text{ Па}$ , температура воздуха постоянна, трение между поршнем и стенками трубки пренебрежимо мало, газ через зазоры не просачивается, ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .



12. Определите массу  $m$  подвижного поршня в трубке. Ответ приведите в граммах, округлив до целого числа. (6 баллов)

**13.** Чему была равна изначально относительная влажность воздуха  $\varphi_0$  в горизонтально лежащей трубке? Ответ привести в процентах, округлив до десятых долей. (4 балла)

**Решение:**

**12.** При горизонтальном расположении трубки давление влажного воздуха в ней равнялось атмосферному. Пусть объём закрытой части трубки был равен  $V_0$ . Тогда запишем уравнение изотермического процесса для влажного воздуха для двух случаев:

$$\left(p_0 - \frac{mg}{S}\right) V_1 = p_0 V_0 - \text{трубка расположена поршнем вниз};$$
$$\left(p_0 + \frac{mg}{S}\right) V_2 = p_0 V_0 - \text{трубка расположена поршнем вверх}.$$

С другой стороны, для парциального давления паров воды в трубке при изотермическом процессе верны следующие соотношения ( $p_{\text{н.п.}}$  – давление насыщенных паров воды при данной температуре):

$$\varphi_0 p_{\text{н.п.}} V_0 = \varphi_1 p_{\text{н.п.}} V_1,$$
$$\varphi_0 p_{\text{н.п.}} V_0 = \varphi_2 p_{\text{н.п.}} V_2.$$

Отсюда:

$$\frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{p_0 - \frac{mg}{S}}{p_0 + \frac{mg}{S}} = \frac{p_0 S - mg}{p_0 S + mg}.$$

Решая это уравнение относительно  $m$ , получаем

$$m = \frac{p_0 S}{g} \cdot \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{\varphi_2 + \varphi_1} \approx 111 \text{ г.}$$

**13.** Из записанных ранее уравнений найдём значение  $\varphi_0$ :

$$\varphi_0 = \frac{\varphi_1 V_1 + \varphi_2 V_2}{2V_0} = \frac{1}{2} \left( \varphi_1 \frac{p_0}{p_0 - \frac{mg}{S}} + \varphi_2 \frac{p_0}{p_0 + \frac{mg}{S}} \right) = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} = 67,5 \text{ \%}.$$

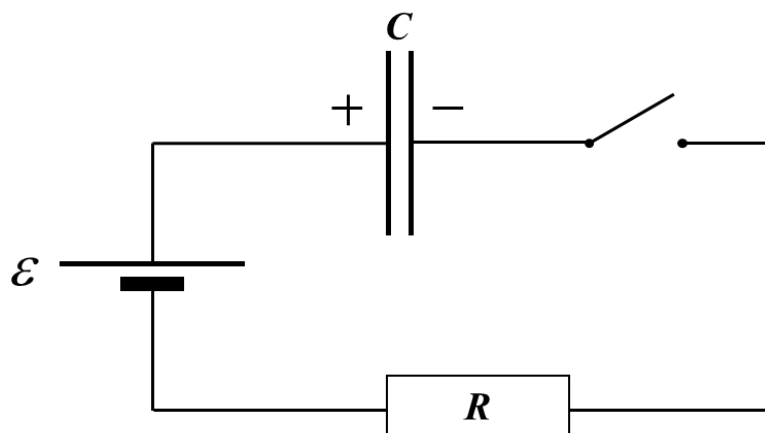
**Ответ:**

<b>12</b>	<b>13</b>
111	67,5

**Максимум за задачи 10 баллов.**

### Задачи 14-19

Электрическая цепь состоит из последовательно соединённых идеального источника напряжения с ЭДС  $\varepsilon = 18$  В, резистора сопротивлением  $R = 10$  Ом, разомкнутого ключа и конденсатора, заряженного до напряжения  $\varepsilon/3$  (полярность указана на схеме). Ёмкость конденсатора  $C = 1$  мФ. Сопротивление проводов и ключа очень мало. Ключ замыкают.



- 14.** Найдите силу тока в этой цепи сразу после замыкания ключа. Ответ приведите в А, округлив до десятых долей, с учётом знака (ток, текущий по часовой стрелке, считается положительным, а против часовой стрелки – отрицательным). (2 балла)
- 15.** Найдите максимальную скорость изменения энергии конденсатора в этой цепи. Ответ приведите в Вт, округлив до десятых долей. (2 балла)
- 16.** Найдите силу тока в цепи в тот момент, когда достигается максимальная скорость изменения энергии конденсатора. Ответ приведите в А, округлив до десятых долей. (2 балла)
- 17.** Найдите напряжение на конденсаторе в момент, когда достигается максимальная скорость изменения энергии конденсатора. Ответ приведите в В, округлив до десятых долей. (2 балла)
- 18.** Определите количество теплоты  $Q_1$ , выделившееся в этой цепи к моменту достижения максимальной скорости изменения энергии конденсатора. Ответ приведите в мДж, округлив до десятых долей. (2 балла)
- 19.** Найдите общее количество теплоты  $Q_2$ , выделившееся в резисторе в течение очень большого промежутка времени после замыкания ключа. Ответ приведите в мДж, округлив до целого числа. (2 балла)

**Решение:**

**14.** Запишем закон Ома для замкнутой цепи в момент сразу после замыкания ключа:

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon}{3} + IR.$$

Отсюда сила тока сразу после замыкания ключа:

$$I = \frac{2\varepsilon}{3R} = 1,2 \text{ А.}$$

**15–17.** Напряжение на конденсаторе в произвольный момент времени:

$$U = \varepsilon - IR.$$

Тогда скорость изменения энергии конденсатора, то есть мощность:

$$P = UI = -I^2R + \varepsilon I.$$

Зависимость  $P(I)$  – квадратичная (ветви параболы направлены вниз), поэтому данная зависимость имеет максимум, который достигается при силе тока:

$$I = \frac{\varepsilon}{2R} = 0,9 \text{ А.}$$

При этом напряжение на конденсаторе:

$$U = \frac{\varepsilon}{2} = 9 \text{ В.}$$

Значение максимальной скорости изменения энергии конденсатора:

$$P_{max} = \frac{\varepsilon^2}{4R} = 8,1 \text{ Вт.}$$

**18.** Запишем закон изменения энергии к моменту достижения максимальной скорости изменения энергии конденсатора. Заметим, что к этому моменту через источник протечёт заряд  $q_1 = \frac{1}{6}C\varepsilon$ . Поэтому

$$\left( \frac{C \left( \frac{\varepsilon}{2} \right)^2}{2} - \frac{C \left( \frac{\varepsilon}{3} \right)^2}{2} \right) + Q_1 = \frac{1}{6}C\varepsilon^2.$$

Отсюда:

$$Q_1 = \frac{7}{72}C\varepsilon^2 = 31,5 \text{ мДж.}$$

**19.** Запишем закон изменения энергии к моменту прекращения протекания тока. В результате зарядки конденсатора до напряжения  $\varepsilon$  через источник протечёт заряд  $q_2 = \frac{2}{3}C\varepsilon$ . Поэтому

$$\left( \frac{C\varepsilon^2}{2} - \frac{C\left(\frac{\varepsilon}{3}\right)^2}{2} \right) + Q_2 = \frac{2}{3}C\varepsilon^2.$$

Отсюда:

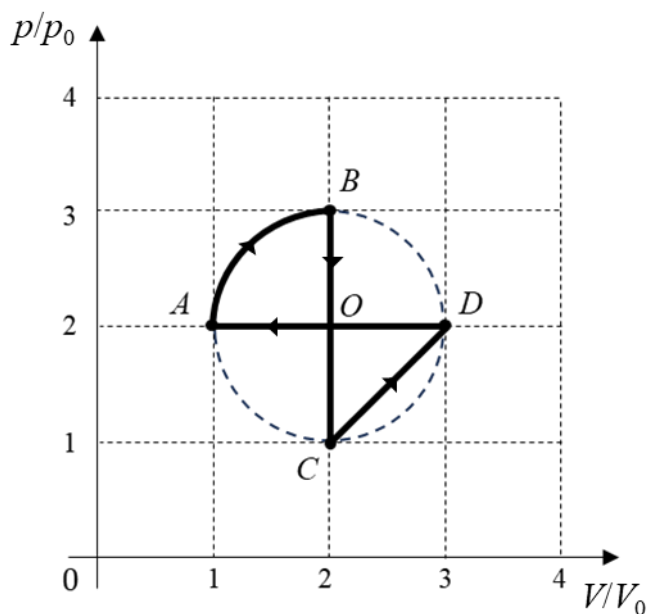
$$Q_2 = \frac{2}{9}C\varepsilon^2 = 72 \text{ мДж.}$$

Ответ:	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>
	1,2	8,1	0,9	9	31,5	72

**Максимум за задачи 12 баллов.**

### Задачи 20–21

С одноатомным газом проводят цикл  $ABCD$ . В некотором масштабе точки  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  лежат на окружности на графике в  $PV$ - координатах (см. рисунок).  $P_0 = 1,00 \cdot 10^5$  Па,  $V_0 = 1,00$  л.



**20.** Рассчитайте работу газа, совершённую им за цикл. Дайте ответ в Дж с округлением до десятых долей. (5 баллов)

**21.** Рассчитайте КПД цикла. Дайте ответ в процентах с округлением до сотых долей. (5 баллов)

**Решение:**

**20.** Работа газа может быть рассчитана как разность площадей участков  $ABO$  и  $ODC$  графика циклического процесса в  $PV$ -координатах.

$$A = \frac{\pi}{4} P_0 V_0 - \frac{1}{2} P_0 V_0 = 28,5 \text{ Дж.}$$

**21.** Для расчёта КПД сначала рассчитаем тепло, отданное газом в этом процессе, то есть тепло на участках  $BC$  и  $DA$ :

$$|Q_-| = \frac{3}{2} (3P_0 2V_0 - P_0 2V_0) + \frac{5}{2} (2P_0 3V_0 - 2P_0 V_0) = 16P_0 V_0$$

Тогда запишем для КПД:

$$\eta = \frac{A}{Q_+} = \frac{A}{A + |Q_-|} = \frac{\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}}{\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} + 16} = 1,75\%$$

**Ответ:**

<b>20</b>	<b>21</b>
28,5	1,75

*Максимум за задачи 10 баллов.*

**Максимальный балл за работу – 60.**